

Программа вступительного испытания «Математика»

Пояснительная записка

Настоящая программа рассчитана на подготовку к вступительному испытанию по математике.

Программа составлена на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования.

Вступительные испытания проводятся в форме тестирования с использованием дистанционных технологий.

Тест состоит из **21** вопроса. Максимальная оценка соответствует **100** баллам.

Минимальный балл, необходимый для участия в конкурсе для поступления в Университет составляет **40** баллов.

Время проведения тестирования – **90** минут.

ОСНОВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ И ФАКТЫ

Арифметика, алгебра и начала анализа. Натуральные числа (\mathbb{N}). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное.

Признаки делимости на 2,3,5,9,10.

Целые числа (\mathbb{Z}). Рациональные числа (\mathbb{Q}), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел. Действительные числа (\mathbb{R}), их представление в виде десятичных дробей.

Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.

Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.

Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.

Логарифмы, их свойства.

Одночлен и многочлен.

Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена.

Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений функции.

График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность.

Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.

Определение и основные свойства функций: линейной, квадратичной $y = ax^2 + bx + c$, степенной $y = ax^n$, $y = k/x$, показательной $y = a^x$, $a > 0$, логарифмической,

тригонометрических функций ($y = \sin x$, $y = \cos x$; $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$), арифметического корня $y = \sqrt[n]{x}$.

Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.

Неравенства. Решения неравенства. Понятие о равносильных неравенствах.

Система уравнений и неравенств. Решения системы.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии.

Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы).

Преобразование в произведение сумм $\sin ? \pm \cos ?$; $\cos ? \pm \cos ?$

Определение производной. Ее физический и геометрический смысл.

Производные функций $y = \sin x$, $y = \cos x$; $y = \operatorname{tg} x$; $y = a^x$; $y = ax^n$, $y = \ln x$.

Геометрия. Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые.

Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Преобразования подобия и его свойства.

Векторы. Операции над векторами.

Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.

Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника.

Четырехугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.

Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус, касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор.

Центральные и вписанные углы.

Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.

Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.

Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.

Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.

Параллельность прямой и плоскости.

Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости.

Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.

Многогранники. Их вершины, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы; пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.

Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.

Формула площади поверхности и объема призмы.

Формула площади поверхности и объема пирамиды.

Формула площади поверхности и объема цилиндра.

Формула площади поверхности и объема конуса.

Формула объема шара.

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ И ТЕОРЕМЫ

Алгебра и начала анализа

Свойства функции $y = kx + b$ и ее график.

Свойства функции $y = k/x$ и ее график.

Свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ и ее график. Свойства корней квадратного трехчлена на линейные множители.

Свойства числовых неравенств.

Логарифм произведения, степени, частного.

Определение и свойства функций $y = \sin x$; $y = \cos x$ и их графики.

Определение и свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ и ее график.

Определение и свойства функции $y = \operatorname{ctg} x$ и ее график.

Решение уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$.

Формулы приведения.

Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.

Тригонометрические функции двойного аргумента. Производная сумма двух функций.

Геометрия

Свойства равнобедренного треугольника. Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка. Признаки параллельности прямых.

Сумма углов треугольника. Сумма внешних углов выпуклого многоугольника.

Признаки параллелограмма, его свойства.

Окружность, описанная около треугольника.

Окружность, вписанная в треугольник.

Касательная к окружности и ее свойства.

Величина угла, вписанного в окружность.

Признаки подобия треугольника.

Теорема Пифагора.

Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции. Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности.

Признак параллельности прямой и плоскости. Признак параллельности плоскостей. Теорема перпендикулярности прямой и плоскости. Перпендикулярность двух плоскостей.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Далингер В. А. Методика обучения математике. Практикум по решению задач— М. : Издательство Юрайт, 2018.

2. Далингер В.А. Начала математического анализа.— Омск: Изд-во ООО «Издатель-Полиграфист», 2002

3. Далингер В.А. Все для обеспечения успеха на выпускных и вступительных экзаменах по математике. Выпуск 1. Тожественные преобразования выражений. Учебное пособие .— Омск: Изд-во ОмГПУ 1995.

4. Далингер В.А. Все для обеспечения успеха на выпускных и вступительных экзаменах по математике. Выпуск 2. Текстовые задачи , решаемые методом составления уравнений . Учебное пособие.— Омск: Изд-во ОмГПУ 1995.

5. Далингер В.А. Все для обеспечения успеха на выпускных и вступительных экзаменах по математике. Выпуск 3. Рациональные и иррациональные уравнения, неравенства и их системы. Учебное пособие.— Омск: Изд-во ОмГПУ 1995.

6. Далингер В.А. Все для обеспечения успеха на выпускных и вступительных экзаменах по математике. Выпуск 4. Нестандартные уравнения, неравенства и их системы и методы их решения. Учебное пособие .— Омск: Изд-во ОмГПУ ,2000.

7. Далингер В.А. Все для обеспечения успеха на выпускных и вступительных экзаменах по математике. Выпуск 5. Показательные и логарифмические уравнения, неравенства и их системы. Учебное пособие.— Омск: Изд-во ОмГПУ, 2002

8. Далингер В.А. Все для обеспечения успеха на выпускных и вступительных экзаменах по математике. Выпуск 6. Тригонометрические уравнения, неравенства и их системы. Учебное пособие — Омск: Изд-во ОмГПУ 2004

9. Далингер В.А. Задачи с модулями: Учебное пособие.— Омск: Изд-во «Амфора», 2015

10. Далингер В.А. Методика обучения математике. Традиционные сюжетно-текстовые задачи — М. : Издательство Юрайт, 2018.

11. Далингер В.А. Математика: задачи с параметрами в 2 ч. Часть 1: —М. : Издательство Юрайт, 2018.

12. Далингер В. А. Математика: задачи с параметрами в 2 ч. Часть 2.— М. : Издательство Юрайт, 2018.

13. Далингер В. А. Математика: Логарифмические уравнения и неравенства М.: Изд-во Юрайт, 2018.

14. Далингер В.А. Математика: задачи с модулем: М.: Изд-во Юрайт, 2018.

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

1. Значение выражения $\frac{a-b}{a^{0,5}-b^{0,5}} - \frac{a^{0,5}+a}{a^{0,5}}$ при $a=16, b=25$ равно

- 1) 16 2) -4 3) 12 4) -6 5) другому числу

2. Выражение $\frac{a^{-0,3}-b^{-0,2}}{a^{-0,6}-b^{-0,4}}$ равно

- 1) $\frac{(ab)^{0,2} b^{0,1}}{a^{0,3}+b^{0,2}}$ 2) $\frac{1}{a^{0,3}+b^{0,2}}$ 3) $\frac{a^{0,3}-b^{0,2}}{a^{0,6}-b^{0,4}}$ 4) $\frac{(ab)^{0,2} a^{0,1}}{a^{0,3}+b^{0,2}}$ 5) другому выражению

3. Каждый участник шахматного турнира сыграл по одной партии с каждым из остальных участников. Найдите число участников турнира, если всего сыграно 231 партия.

- 1) 11 2) 44 3) 21 4) 22 5) другое число

4. Начальную цену товара повысили на 40%, потом новую цену снизили на 40%. Сколько процентов составляет последняя цена от начальной?

- 1) 70 2) 100 3) другое число 4) 130 5) 94

5. Значение выражения $\cos \frac{103}{3}\pi$ равно

- 1) 1 2) $0,5\sqrt{3}$ 3) 0 4) -0,5 5) другому числу

6. Найдите область определения функции $y = \sqrt{\frac{x^2-1}{x+2}}$

- 1) $[-2; +\infty)$ 2) $(-2; -1]$ 3) $[1; +\infty)$ 4) $[-1; 1]$ 5) $(-\infty; -2)$ 6) $[-1; 1]$

7. Корни уравнения $\log_5(2x+5) + \log_5(1-2x) = \log_5 5$ принадлежат промежутку

- 1) $(2; 0)$ 2) другому промежутку 3) $(-2; 2)$ 4) $(-2; 2]$ 5) $(0; 3)$

8. Корни уравнения $\sqrt{2x-15} - \sqrt{x+16} = -1$ принадлежат промежутку

- 1) другому промежутку 2) $(0; 20)$ 3) $(4; 9)$ 4) $(4; 9]$ 5) $(9; 21]$

9. Число корней уравнения $\sqrt{3} + 4 \sin x \cos x = 0$ на промежутке $[-\pi; \pi]$ равно

- 1) другому числу 2) 1 3) 2 4) 5 5) 3

10. Число целых решений неравенства $\frac{18x + (x-9)^2}{(x-9)^3} < 0$ на промежутке $[5; 15]$ равно

- 1) 3 2) 4 3) другому числу 4) 6 5) 7

11. Сумма целых решений неравенства $14 - |4x - 5| \geq 3$ равна

- 1) 14 2) 8 3) 3 4) другому числу 5) 0

12. Все решения неравенства $2^{4x-x^2} \geq 8$ составляют промежуток

- 1) $(0; 1]$ 2) другой промежуток 3) $(1; 3)$ 4) $[1; 3)$ 5) $(1; 3]$

13. Пусть $(x_0; y_0)$ - решение системы $\begin{cases} \sqrt{y+5} = x+4, \\ \frac{|y+5|}{2-x} = 1. \end{cases}$

Тогда частное $x_0 : y_0$ равно:

- 1) 0 2) -2 3) 1 4) -1 5) другому числу

14. Для функции $f(x) = \frac{2}{e^{1-2x}}$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(1; e)$.

- 1) $F(x) = 2xe$ 2) $F(x) = e^{1-2x}$ 3) $F(x) = 2x - 1$ 4) другая функция 5) $F(x) = 1 - e^{2x}$

15. Найдите площадь правильного описанного треугольника, если радиус круга равен R ; $R=1$.

- 1) другое число 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 3) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ 4) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 5) $\sqrt{3}$

16. Чему равно значение выражения $\frac{2a^2 - 4a + 1}{4a^2 - 3a^2 + 2}$ при $a = 2$?

- 1) другой ответ 2) $\frac{1}{24}$ 3) $\frac{2}{17}$ 4) $\frac{1}{54}$

17. Радиус основания конуса равен 3 см., а его образующая равна 5 см. Найдите объем конуса.

- 1) 24Псм³ 2) 4Псм³ 3) 12Псм³ 4) 36Псм³

18. Решите уравнение $2x + 4(2 - x) = x + 5$

- 1) $x = 1$ 2) 0 3) -2 4) другой ответ

19. Решите уравнение $2x^2 - 7x + 3 = 0$ и укажите сумму его корней.

- 1) 2,8 2) -3,5 3) другой ответ 4) 3,5

20. Решите неравенство $2x + 7(x - 4) > 11x + 2$

- 1) $x < -15$ 2) $x < 0$ 3) $x > 15$ 4) $x > -15$

21. Дан равнобедренный прямоугольный треугольник с катетами равными 2 см. Из вершины прямого угла на гипотенузу опущен перпендикуляр. Найти его длину.

- 1) 4см. 2) другой ответ 3) $\sqrt{2}$ см. 4) 12 см

Шкала оценивания

Количество правильных ответов	Количество баллов	Комментарий
0 – 8	0 – 38	не участвует в конкурсе
9 – 21	39 – 100	участвует в конкурсе